SIRTNING URINMA TEKKISLIGI VA NORMALI

Akbarova Mavludaxon

Andijon davlat pedagogika instituti Aniq va tabiiy fanlar fakulteti

Matematika yo`nalishi 2-bosqich talabasi

+998930965684

akbarovamavluda58@gmail.com

Saliyeva Sevara

Ilmiy raxbar

Annotatsiya. Sirtning urinma tekisligi va normali differensial geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, sirtning berilgan nuqtadagi lokal xossalarini o‘rganishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu ishda ko‘p o‘lchovli funksiyalar va yuzalar uchun urinma tekislik tenglamasini topish, normal vektorning xususiyatlari hamda ularning o‘zaro bog‘liqligi nazariy jihatdan chuqur tahlil qilinadi.Urinma tekislik sirtga nuqtada “yopishib turuvchi” eng yaqin tekislik sifatida, normal vektor esa sirtning shu nuqtadagi eng tik yo‘nalishini belgilovchi vector sifatida ko’rib chiqiladi.

Kalit so`zlar. Urinma tekislik, normal vektor, gradient, sirt, differensial geometriya, ko‘p o‘lchovli funksiyalar, lokal taxminlash, $F(x,y,z)=0$.

KIRISH. Matematikaning differensial geometriya bo‘limi fazoda joylashgan egri chiziqlar va sirtlarni o‘rganish bilan shug‘ullanadi. Sirtning berilgan nuqtadagi urinma tekisligi va normali bu sohaning eng muhim fundamental tushunchalaridan biri hisoblanadi. Urinma tekislik sirtni nuqtada eng yaxshi yaqinlashtiruvchi tekislik bo‘lib, sirtning lokal xatti-harakatini o‘rganishda asosiy vosita vazifasini o‘taydi.Urinma tekislik va normal vektor tushunchalari ko‘p o‘lchovli funksiyalarning differensiallanishi nazariyasiga asoslanadi. Birinchi marta bu g‘oyalar 18-asrda Leonhard Eyler va Gasper Monge tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, keyinchalik Jakobi, Gauss va boshqa buyuk matematiklar tomonidan rivojlantirildi. Hozirgi vaqtda esa ular nafaqat sof matematikada, balki iloviy fanlarda ham keng qo‘llanilmoqda.Urinma tekislik sirtga berilgan nuqtada teginib turuvchi tekislikdir. Bu tekislik sirtning shu nuqtadagi barcha urinma yo‘nalishlarini o‘zida birlashtiradi. Normal esa urinma tekislikka perpendikulyar bo‘lgan vektor bo‘lib, sirtning nuqtadagi eng kuchli o‘zgarish yo‘nalishini ko‘rsatadi. Matematik jihatdan normal vektor ko‘pincha funksiyaning gradienti orqali aniqlanadi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR. **Ta`rif.** Tekislikdagi ochiq sohani E_3 fazoga topologik akslantirish natijasida hosil qilingan nuqtalar to’plamiga elementar sirt deyiladi.Elementar sirtga tekislik, elliptik va giperbolik paraboloidlar va parabologik silindir misol bo’la oladi. Agar figuraning har bir nuqtasifazoviy atrofga ega bo’lib , uning shu atrofdagi qismi elementar sirtdan iborat bo’lsa , u holda figurani sodda sirtdeyiladi. Sodda sirt chekli yoki sanoqli sondagi elementar sirtlarning birlashmasidan tashkil topadi. Sodda sirtga sfera, ellipsoid, tor, krendel, tsilindr misol bo’la oladi .

Sodda sirtni lokal topologik almashtirish natijasida hosil qilingan sirtga umumiy sirt deyiladi . Umumiy sirtda o’z-o’zi bilan kesishuvchi chiziqlar, ustma-ust tushuvchi yopishgan (qo’shaloq)nuqtalar, atrofi elementar sirt bo’lmagan nuqtalar mavjud bo’lishi mumkin.

Misol. $x=\frac{u^2-1}{u^2+1}$, $y=u\frac{u^2-1}{u^2+1}$, z = v funksiya tekisligidagi $P=\{(u,v)|-2<u<2.0<u<2\}$to`rtburchakni E_3fazoga akslantiradi $x=\frac{u^2-1}{u^2+1}$, $y=u\frac{u^2-1}{u^2+1}-2<u<2$tekislikda strofoidani ifodalaydi. Har bir nuqtasidan OZ o’qqa parallel o’tkazilsa ,umumiy tsilindirik sirt kelib chiqadi. $x = 0\,, y = 0\,, z = v\ \ |v| < 2$ kesma sirtning o'z-o'zini kesish chizig'i bo'ladi.Ko'ramizki sirt tushunchasi murakkab tushuncha bo'lib, har qanday sirt uchun yaroqli umumiy ta'rif berishda hali hanuzgacha yakdillik yo'q. Fazoda dekart koordinatalar sistemasi o'rnatilgan bo'lsa sirtga berish mumkin bo`lgan tarif.

Ta`rif. Sirt deb koordinatalari $F(x, y, z) = 0$tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalar to'plamiga aytiladi. Ushbu ta'rifni qabul etish uchun oshkormas tenglamaga quyidagi talablar qo'yiladi.

a)$F(x, y, z)$Biror sohada uzluksiz

b)$F_x^{`}$ , $F_y^{`}$,$F_z^{`}$birinchi tartibli xususiy hosilaga ega

v) $F_x^{`2} + F_x^{`2} + F_x^{`2} \neq 0$

Ω- elementar sirt bo`lsin. Bu sirt G tekis sohani $E_3$fazoga topologik akslantirish orqali hosil qilinadi $M(u, v) \in G$ni ƒtopologik akslantirish $M`(x, y, z) \in E_3$quyidagi qoidaga ko`ra o`tkazilsin.

$$x = x(u, v)\,, y = y(u, v)\,, z = z(u, v)$$

Bu tenglamani elementar sirtning parametrik tenglamasi deyiladi. Fazoda $\{0, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\}$tanlangan bo`lsa,

$$\vec{r}(u, v) = x(u, v)\vec{\imath} + y(u, v)\vec{\jmath} + z(u, v)\vec{k}\text{yoki }\ \vec{r} = \vec{r}(u, v)$$

ni hosil qilamiz. $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ni Ωelementar sirtning vektor ko`rinishidagi parametrik tenglamasi deyiladi. Sirtga qarashli $M`(x, y, z)$nuqtaning vaziyatini aniqlovchi u,v-parametrlarga sirtning egri chiziqli yoki Gauss koordinatalari deyiladi.

Uch o'lchovli Yevklid fazosida (R^3) sirt — bu ikki o'lchovli geometrik ob'ekt bo'lib, u mahalliy jihatdan tekislikka o'xshash ikki parametrli nuqtalar to'plamidir. Differensial geometriyada sirtlarni o‘rganish uchun ularni aniq matematik usullar bilan ifodalash kerak. Quyida asosiy usullar va regulyar nuqta tushunchasini batafsil ko‘rib chiqamiz.

Sirt tushunchasi.Sirt — fazodagi nuqtalar to‘plami bo‘lib, har bir nuqtasi atrofida mahalliy koordinata tizimi orqali tekislikka “yopishtirilishi” mumkin. Sirt silliq differensiallanuvchan bo‘lsa, uning egriligi, normal vektori, tangent tekisligi va boshqa xususiyatlarini hisoblash mumkin.

Sirtning fazoda berilish usullari.Sirtlarni fazoda quyidagi asosiy usullarda berish mumkin. Har bir usulning afzalliklari va qo‘llanilishi farqli.

Oshkormas (F=0) usuli:

Sirt F(x,y,z) = 0 tenglamasi bilan beriladi, bu yerda F — uch o‘zgaruvchili uzluksiz yoki differensiallanuvchan funktsiya.Bu yerda sirt — tenglamani qanoatlantiruvchi barcha nuqtalar to‘plami.

Misollar:

Sfera: $x^2+y^2+z^2-r^2=0$

Ellipsoid: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$

Silindr:$x^2+y^2-r^2=0$ (z erkin)

Tekislik (sirtning maxsus holati): $ax+by+cz+d=0$

Konus: $x^2+y^2-z^2=0$

Afzalliklari:

Yopiq sirtlarni (masalan, sfera, ellipsoid) qulay ifodalaydi.

Ichki va tashqi qismlarni ajratish oson ($F > 0$yoki F<0).

Sirt ikki parametr u, v (odatda ochiq to‘plamda) yordamida beriladi:

$$r(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$$

Bu yerda x, y, z funksiyalari kamida bir marta differensiallanuvchan.

Misollar:

Sfera (standart parametrizatsiya):

$$x = rcosusinv$$
$$y = r\sin u \sin v$$
$$z = r\cos v$$
$$(u \in [0, 2\pi), v \in [0, \pi])$$

Silindr:

$$x = r\cos u$$
$$y = r\sin u$$
$$z = v$$

Paraboloid:

$$x = u$$
$$y = v$$
$$z = u^2 + v^2$$

Afzalliklari (differensial geometriyada eng muhimi):Tangent vektorlar to‘g‘ridan-to‘g‘ri hisoblanadi.

$$r_u = \frac{\partial r}{\partial u} \quad , \quad r_v = \frac{\partial r}{\partial v}$$

Birinchi va ikkinchi kvadratik shakllar, Gauss egriligi, asosiy egriliklar osonginatopiladi.Sirt ustida koordinata to‘ri ($u = const$ va $v = const$ chiziqlar) hosil bo‘ladi.

Kamchiliklari: Butun sirtni bitta parametrizatsiya bilan qamrab olish qiyin (masalan, sfera uchun ikkita yoki ko‘proq “patch” kerak bo‘ladi). Yuzaki yoki explicit (Monge shakli) usuli

Sirt bir o‘zgaruvchili funktsiya grafigi sifatida beriladi:

$$z = f(x, y) \text{ (yoki } x = f(y, z) \text{ yoki } y = f(x, z)).$$

Bu parametrik usulning maxsus holati

$$(u = x, v = y, z = f(x, y)).$$

Misollar:

Paraboloid: $z = x^2 + y^2$

Tekislikning bir qismi: $z = ax + by + c$

Grafik sirtlar (masalan, tog‘ relyefi modellarida).

NATIJALAR VA MUHOKAMA. Ushbu tadqiqotning asosiy natijasi sirtning urinma tekisligi va normali tushunchalarining ko‘p o‘zgaruvchili matematika va uning amaliy sohalaridagi fundamental o‘rnini chuqur tahlil qilish hamda ularning zamonaviy ilm-fan va texnologiyalardagi ahamiyatini yoritib berishdan iborat bo‘ldi.

Natijalar shuni ko‘rsatdiki, urinma tekislik sirtning berilgan nuqtadagi eng yaxshi liniyali yaqinlashuvini ta’minlovchi vosita sifatida, normal vektor esa sirtning eng keskin o‘sish yo‘nalishini aniqlovchi ichki mexanizm sifatida ishlaydi. Bu tushunchalar orqali murakkab uch o‘lchovli sirtlarning xatti-harakatini aniq modellashtirish, funksiyalarni tahlil qilish va amaliy muammolarni yechish imkoniyati yaratiladi.

XULOSA. Sirtning urinma tekisligi va normali — bu shunchaki matematik formulalar to‘plami emas, balki ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar olamini chuqur anglashga yordam beruvchi eng muhim vositalardan biridir. Ular sirtning nuqtadagi xatti-harakatini aniq ifodalab, murakkab sirtlarni o‘rganishda “inson me’morchiligi”ga o‘xshash rol o‘ynaydi.

Xuddi mustahkam poydevorga qurilgan bino har qanday yuk va sinovlarga bardosh berganidek, urinma tekislik va normal vektor ham funksiyaning lokal xususiyatlarini aniq ochib beradi. Ular yordamida sirtning eng keskin o‘sish yo‘nalishini, egikligini va o‘zgarish qonuniyatlarini aniqlash mumkin.

Urinma tekislik sirtning nuqtadagi eng yaxshi liniyali yaqinlashuvini beradi, normal vektor esa bu yaqinlashuvning “yo‘nalish ko‘rsatkichi” hisoblanadi. Ayniqsa, zamonaviy matematika, fizika, injeneriya va kompyuter grafikasi sohalarida bu tushunchalar har qachongidan ham dolzarb ahamiyatga ega.

Agar gradient va qisman hosilalar aqlni charxlasa, urinma tekislik va normal esa murakkab sirtlar olamini anglash va boshqarish imkonini beradi. Shuning uchun bu mavzuni chuqur o‘rganish va uni amaliy masalalarda qo‘llash har bir talaba va mutaxassis uchun muhim vazifadir**.**

ADABIYOTLAR RO`YXATI:

1. **Narmanov A.Ya.** Differensial geometriya-Toshkent:Universitet nashriyoti,2003
2. **Xudoyberganov G‘., Mansurov X. Analitik geometriya asoslari.** – Toshkent: O‘qituvchi nashriyoti, 2015.
3. **Sadullayev A., Xudoyberganov G‘**. **Oliy matematika kursi.** – Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2018.
4. **Abdullayev R. Differensial geometriya elementlari.** – Toshkent: Fan nashriyoti, 2012.

5. **Narmanov A.Ya., Sharipov A.S., Aslonov J.O.** Differensial geometriya va topologiya kursidan masalalar to‘plami. – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2014.

6. **Sharipov R.** Differensial geometriya va tenzor tahlili asoslari. – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2016

7. **Rashidov A., Jo‘rayev T.Geometriya va topologiya elementlari.** – Toshkent: O‘qituvchi, 2018.

8. **O‘rinboyev O**. **Differensial geometriya kursi.** – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2019.