

KOMBINATORIKANI O‘QITISHDA KO‘RGAZMALI MODELLAR VA AMALIY MASALALARDAN FOYDALANISH

Mamatxonova Gulchiroy Furqatjon qizi

Andijon viloyati Paxtaobod tumani 44-maktab matematika fani o‘qituvchisi

Annotatsiya. Maqolada kombinatorikani maktab matematika darslarida tushunarli o‘qitishning nazariy va metodik asoslari yoritiladi. Qo‘shish hamda ko‘paytirish qoidalari, o‘rin almashtirish, o‘rinlashtirish va guruhlashning qo‘llanish shartlari taqqoslanadi. Tanlov daraxti va juftliklar modeli yordamida natijalarni takrorlamasdan sanash izohlanadi. Adabiyotlar tahlili asosida amaliy masalalar, darsni tashkil etish ketma-ketligi va baholash mezonlari taklif qilinadi. Asosiy xulosa shuki, formulani tanlash sanalayotgan obyekt, tartib va takrorlanish shartlarini tushunishga tayanishi kerak.

Kalit so‘zlar: kombinatorika, sanash qoidalari, o‘rinlashtirish, guruhlash, tanlov daraxti, mantiqiy fikrlash, matematika ta’limi.

Kirish

Kombinatorika chekli to‘plam elementlarini berilgan shartlar asosida tanlash, tartiblash va guruhlarga ajratish usullarini o‘rganadi. Maktabda bu mavzu jamoa tuzish, navbatchilarni belgilash, kodlar yaratish hamda musobaqa uchrashuvlarini hisoblash orqali ochib berilishi mumkin. Milliy darslikda variantlarni izchil yozish va sanash qoidalariga alohida e’tibor qaratilgan [1]. Kombinatorikaning maktab ta’limidagi o‘rni Kapur ishida ham muhokama qilingan [2].

O‘quvchi formulani bilsa ham, bir xil tarkibli ikki natijaning qachon farqlanishini tushunmasligi mumkin. Masalan, ikki vakilni tanlash bilan sardor va yordamchini tayinlash

turli masalalardir. Maqolaning maqsadi shu farqni ko'rgazmali modellar orqali tushuntirish va asoslangan yechim yozishga xizmat qiladigan dars usulini taklif etishdir.

Tahlil usuli

Ish darsliklar va ilmiy maqolalarning qiyosiy tahliliga asoslangan. Misollar didaktik maqsadda tuzildi; ular sinfda o'tkazilgan tajriba natijalari emas. Yondashuvning samaradorligi haqida miqdoriy da'vo qilinmaydi.

Sanash qoidalari va formulalarning mazmuni

Qo'shish qoidasida o'zaro kesishmaydigan imkoniyatlar sanaladi: kutubxonadagi 4 xil algebra yoki 3 xil geometriya kitobidan bittasini tanlashning $4 + 3 = 7$ usuli bor. Ko'paytirish qoidasida esa bosqichlar birlashadi: har bir 2 xil muqovaga 3 xil belgidan bittasi qo'yilsa, $2 \cdot 3 = 6$ natija olinadi. Har bir oldingi tanlovdan keyin keyingi bosqich imkoniyatlari soni bir xil bo'lishi tekshiriladi [3; 4].

n ta turli elementdan k tasi tanlansin. Takrorsiz tanlashda $0 \leq k \leq n$. Faktorial $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ ko'rinishida aniqlanadi; $0! = 1$ deb olinadi. Jadvaldagi shartlar aniqlanmasdan formuladan foydalanish noto'g'ri model tanlashga olib kelishi mumkin [5; 6].

Jadval 1. Asosiy kombinatorik modellar va ularning shartlari

Model	Natijani farqlash sharti	Hisoblash
O'rin almashtirish	Barcha n element tartiblanadi; takror yo'q	$P_n = n!$
O'rinlashtirish	k element tanlanadi; tartib muhim; takror yo'q	$A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$
Guruhlash	Tartib hisobga olinmaydi; takror yo'q	$C_n^k = \frac{n!}{k! (n - k)!}$

Model	Natijani farqlash sharti	Hisoblash
Takrorli o‘rinlashtirish	k o‘rinning har biriga n variantdan biri tanlanadi	n^k

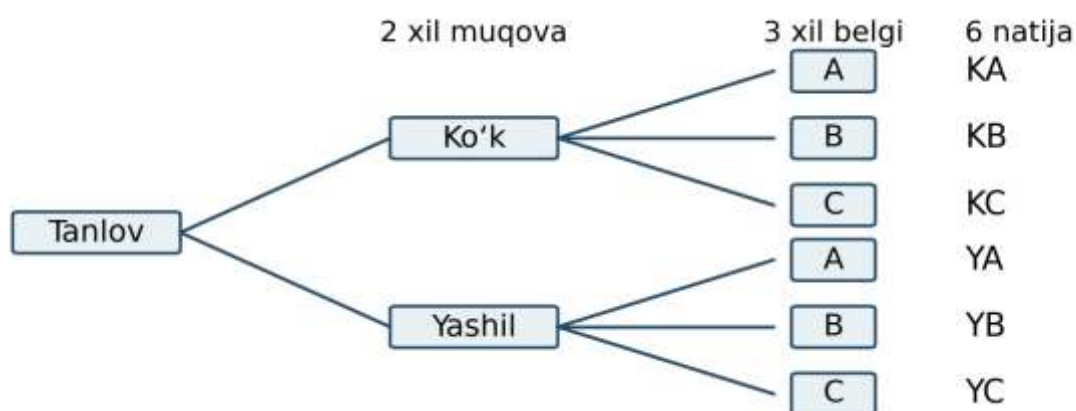
Formulaning kelib chiqishi. Beshta o‘quvchidan sardor va yordamchi tayinlashda avval 5, keyin 4 tanlov mavjud: jami 20 usul. Ikki teng huquqli vakil tanlanganda esa har bir juftlik ikki marta sanaladi. Shuning uchun 20 ni 2 ga bo‘lib, 10 ta guruh hosil qilamiz.

$$A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20; \quad C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10.$$

Umuman, k elementli har bir guruhning k! xil tartibi mavjud. Shu sababli o‘rinlashtirishlar sonini k! ga bo‘lish guruhlar sonini beradi [3; 5]. O‘qituvchi “Tartib muhimmi?” savolini “O‘rinlar almasha, masala shartiga ko‘ra yangi natija hosil bo‘ladimi?” deb aniqlashtirishi maqsadga muvofiq.

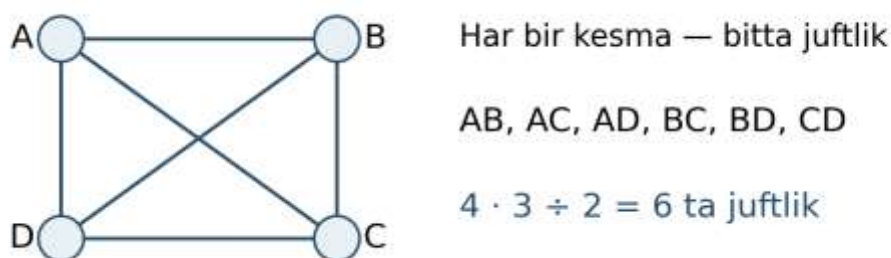
Ko‘rgazmali modellar va yechimni tekshirish

Tanlov daraxtida har bir yo‘l bitta yakuniy natijani bildiradi. Rasm 1 da muqovaning ko‘k yoki yashil rangi hamda A, B, C belgilaridan biri tanlanadi. Birinchi bosqich o‘zgarmay turganida ikkinchi bosqichning barcha variantlari yoziladi. Bu tartib natijani tashlab ketish va takror sanashni tekshirishga yordam beradi.



Rasm 1. Ikki bosqichli tanlovning oltita natijasi

Juftliklar modelida to'rtta o'quvchi A, B, C, D nuqtalar bilan belgilanadi. Har bir kesma ikki kishilik bitta guruhga mos keladi. AB va BA bir guruh bo'lgani uchun alohida sanalmaydi. Rasm 2 dagi oltita kesma hisoblashning geometrik tekshiruvini beradi.



Rasm 2. To'rtta elementdan ikkitasini tanlash modeli

Lockwood modelida natijalar to'plami, sanash jarayoni va formula o'zaro bog'lanadi [7]. Shundan kelib chiqib, darsda kichik misolni yozib chiqish, uni rasmda tasvirlash va umumiy formulaga o'tish taklif etiladi. Rasmlar shu maqola uchun tuzilgan; ular matematik munosabatlarni ifodalaydi.

Amaliy masalalar va darsni tashkil etish

Cheklovli masala. 0, 1, 2, 3 raqamlaridan takrorlanmaydigan uch xonali sonlar tuzilsin. Birinchi xonaga nol yozilmaydi: 3 ta imkoniyat qoladi. Keyingi xonalar uchun mos ravishda 3 va 2 ta tanlov mavjud. Demak, jami $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ ta son tuziladi. $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ javobi nol bilan boshlanadigan yozuvlarni ham qo'shib yuboradi.

Musobaqa masalasi. Oltita jamoa o'zaro bir martadan uchrashsa, $6 \cdot 5 \div 2 = 15$ ta o'yin o'tkaziladi. Har bir jamoaning raqiblarini alohida sanash bitta uchrashuvni ikki marta hisoblaydi. Ikkala misolda ham javobning ma'nosini tekshirish yechimning zarur qismidir [8; 9].

Jadval 2. Taklif etilayotgan 45 daqiqalik dars ketma-ketligi

Bosqich	O'quvchi bajaradigan ish	Vaqt
---------	--------------------------	------

Bosqich	O'quvchi bajaradigan ish	Vaqt
Muammoni anglash	Vakil tanlash va vazifa taqsimlashni taqqoslaydi	5 daqiqa
Model qurish	Kichik holatlarni daraxt yoki ro'yxatda tasvirlaydi	10 daqiqa
Umumlashtirish	Sanashni formula bilan bog'lab izohlaydi	10 daqiqa
Mustaqil qo'llash	Cheklovli va hayotiy masalalarni yechadi	15 daqiqa
Tahlil va yakun	Xatosini tushuntiradi, javobini tekshiradi	5 daqiqa

Baholashda shartni to'g'ri talqin qilish, model tanlash, hisoblash va javobni asoslashning har biriga 0–2 ball berish mumkin; jami 8 ball. To'g'ri sonli javobning o'zi to'liq tushunishni tasdiqlamaydi. Dastlab qiynalgan o'quvchiga kartochkalar, tezroq ishlaganiga qo'shimcha cheklovli topshiriq beriladi.

Natijalar muhokamasi

Tahlildan kelib chiqadigan metodik natija — formula tanlashdan oldin sanalayotgan natijani aniq belgilash zaruratidir. Batanero va hammualliflar masalaning kombinatorik modeli qiyinchilikka ta'sir qilishini ko'rsatgan [10]. Lamanna va hammualliflar ta'lim olgan guruhda yaxshiroq natijalarni qayd etgan [11]. Bu dalillar mahalliy sinfda aynan shunday samara bo'lishini kafolatlamaydi; taklif alohida sinov va o'quvchi yechimlarini tahlil qilishni talab etadi.

Xulosa

Kombinatorikani mazmunli o'qitish uchun tanlash sharti, tartib va takrorlanish imkoniyati izchil tahlil qilinishi kerak. Tanlov daraxti hamda juftliklar modeli sanashni ko'rinadigan qiladi; hayotiy masalalar esa formula qo'llanishining chegaralarini ochib beradi. Darsda o'quvchidan “Nimani sanadim?” va “Nega har bir natija bir marta hisoblandi?” savollariga javob olish tavsiya etiladi. Bunday asoslash va turli tasvirlardan

foydalanish matematika ta'limidagi mulohaza yuritish hamda ifodalash tamoyillariga mos keladi [12].

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Mirzaahmedov M. A., Ismailov Sh. N., Amanov A. Q., Xaydarov B. Q. Matematika 11. Algebra va analiz asoslari. Geometriya. II qism. Toshkent: Zamin nashr, 2018. Kombinatorika masalalari, 27–32-betlar.
2. Kapur J. N. Combinatorial analysis and school mathematics. Educational Studies in Mathematics. 1970. 3: 111–127. <https://doi.org/10.1007/BF00381598>
3. Levin O. Discrete Mathematics: An Open Introduction. 4-nashr. 2024. 3-bob. <https://discrete.openmathbooks.org/dmoi4.html>
4. Abramson J. Algebra and Trigonometry 2e. Houston: OpenStax, 2021. 13.5-bo'lim. <https://openstax.org/books/algebra-and-trigonometry-2e/pages/13-5-counting-principles>
5. Rosen K. H. Discrete Mathematics and Its Applications. 8-nashr. New York: McGraw-Hill Education, 2019. 6-bob.
6. Epp S. S. Discrete Mathematics with Applications. 5-nashr. Boston: Cengage, 2020. 9-bob.
7. Lockwood E. A model of students' combinatorial thinking. The Journal of Mathematical Behavior. 2013. 32(2): 251–265. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.02.008>
8. Pólya G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton: Princeton University Press, 1945.
9. Hadar N., Hadass R. The road to solving a combinatorial problem is strewn with pitfalls. Educational Studies in Mathematics. 1981. 12: 435–443. <https://doi.org/10.1007/BF00308141>

10. Batanero C., Navarro-Pelayo V., Godino J. D. Effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils. *Educational Studies in Mathematics*. 1997. 32: 181–199. <https://doi.org/10.1023/A:1002954428327>
11. Lamanna L., Gea M. M., Batanero C. Do Secondary School Students' Strategies in Solving Permutation and Combination Problems Change with Instruction? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. 2022. 22: 602–616. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00228-z>
12. National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia, 2000.

Elektron manbalarga murojaat sanasi: 25.10.2026.